

Polinomi sa cjelobrojnim koeficijentima

Vrsta: Maturalni | Broj strana: 14 | Nivo: Srednja škola

U ovom maturalnom radu sam izabrao problem rješavanja polinoma sa cjelobrojnim koeficijentima, jednim dijelom zato što mi je uvijek bilo drago baviti se ovakvim izrazima, a drugim dijelom zato što je ova tema predstavljala određen izazov i zadatak. Ovaj maturalni rad mi postavlja određen cilj, a to je da dokučim i saznam nešto novo iz ove oblasti jer znanja nikada nije dosta, zar ne.

#### POLINOMI SA CJELOBOJNIM KOEFICIJENTIMA

U dosadašnjem školovanju smo se često susretali sa polinomima. U ovom radu ću se baviti osobinama polinoma čiji su koeficijenti cijeli brojevi. Takve polinome ćemo nazivati polinomi sa cjelobrojnim koeficijentima. Skup svih polinoma sa cjelobrojnim koeficijentima u varijabli  $x$  označavamo sa  $Z$  EMBED Equation.3 .

Za daljnji rad potrebna nam je sljedeća lema iz elementarne teorije brojeva.

Tema 1. Neka su  $p$  i  $q$  relativno (uzajamno) prosti cijeli brojevi. Tada su brojevi  $p-kq$  i  $qn$  također relativno prosti brojevi za svaki prirodan broj  $n$  i cio broj  $k$  za koji je  $p-kq$  EMBED Equation.3 0.

Dokaz: Pretpostavimo suprotno. Tada postoji prost broj  $d$  EMBED Equation.3 1 koji dijeli oba od brojeva  $p-kq$  i  $qn$ . Neka je  $p - kq = da$  i  $qn = db$  za neke cijele brojeve  $a$  i  $b$ . Kako prost broj  $d$  dijeli proizvod  $qn=q$  EMBED Equation.3  $q$  EMBED Equation.3 ... EMBED Equation.3  $q$ , to on dijeli i jedan od faktora ovog proizvoda. Prema tome,  $d$  dijeli  $q$ . Neka je  $q=dq'$ . Tada je  $p=kq + da = kdq'+da = d(kq' + a)$ .

Dakle,  $d$  dijeli brojeve  $p$  i  $q$ , što je u suprotnosti sa Činjenicom da su  $p$  i  $q$  relativno prosti.

Teorema 1.

Neka je  $f(x)=anxn+an-1xn-1+...+a1x+a0(a0 \neq 0)$  polinom sa cjelobrojnim koeficijentima. Ako je racionalan broj  $\frac{p}{q}$ , gdje su  $p$  i  $q$  različiti od nule i relativno prosti cijeli brojevi, nula

polinoma  $f(x)$ , onda:

i)  $p$  dijeli  $a_0$ , a  $q$  dijeli  $a_n$ ;

**----- OSTATAK TEKSTA NIJE PRIKAZAN. CEO RAD MOŽETE PREUZETI NA SAJTU. -----**

[www.maturskiradovi.net](http://www.maturskiradovi.net)

MOŽETE NAS KONTAKTIRATI NA E-MAIL: [maturskiradovi.net@gmail.com](mailto:maturskiradovi.net@gmail.com)